کنفرانس بین المللی سبک‌سازی و زلزله

جهاد دانشگاهی استان کرمان

1 **تا** 2 **اردیبهشت** 1389

بهینه سازی توپولوژی سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی

سید ارسلان علوی [۱]، حسینعلی رحیمی بندرآبادی [۲]، بهروز احمدی [۳]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، بخش مهندسی عمران،دانشگاه یزد، یزد، ایران

arsalan.alavi@yahoo.com

۲-استادیار ،بخش مهندسی عمران ، گروه سازه، دانشگاه یزد، یزد، ایران

h_rahimi@yazduni.ac.ir

۳- استادیار ،بخش مهندسی عمران ، گروه سازه، دانشگاه یزد، یزد، ایران

□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□.□□□

چکیده

در دنیای واقعی اکثر بارها به‌صورت دینامیکی به سازه‌ها اعمال می‌شوند.بنابراین لازم است تحلیل و طراحی بر مبنای بارهای دینامیکی صورت گیرد.بهینه‌سازی توپولوژی نیز از این قاعده مستثنی نیست.لازم است سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی نیز بهینه‌سازی شوند تا رفتار واقعی سازه بهتر مدل شود. تحلیل دینامیکی این موضوع زمانی اثر خود را بیشتر نشان می‌دهد که فرکانس طبیعی سازه نسبت به بار اعمالی بسیار پائین باشد،مثل بارهای ضربه‌ای.در این مقاله اثر یک بار نیم سینوسی با فرکانسهای مختلف بر توپولوژی بهینه یک سازه بررسی شده است.برای بررسی پاسخ سازه تحت بار دینامیکی از روش بار استاتیکی معادل استفاده شده است.یکی از محاسن این روش این است که می‌توان توسط الگوریتمهای بهینه سازی استاتیکی،سازه را برای بار استاتیکی معادل آن بهینه‌سازی کرد. در این مقاله تابع هدف ، حداکثر کار خارجی (انرژی کرنشی داخلی) که سازه در طول زمان اعمال بار تجربه می کند، انتخاب شده است. برای تحلیل دینامیکی از روش تاریخچه زمانی استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی: بهینه سازی توپولوژی،بارهای دینامیکی، بار استاتیکی معادل،ESLs

۱. مقدمه

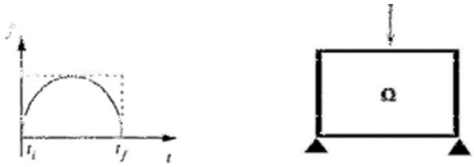
در گذشته، در زمینه طراحی بهینه سازه اکثر کارها در زمینه بارگذاری استاتیکی صورت می گرفته است درحالیکه اگر این سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی قرار بگیرند تنش‌ها و تغییر شکل‌ها پیش‌بینی نشده‌ای در آن‌ها بوجود خواهد آمد.

از یک دیدگاه کلی می‌توان طراحی سازه را به دو دسته طراحی شهودی و طراحی جزئیات دسته‌بندی کرد[۱] . در زمینه بهینه سازی سازه‌ها، بهینه‌سازی توپولوژی جز دسته طراحی شهودی و بهینه‌سازی شکل و اندازه جز دسته طراحی جزئیات قرار می گیرند. بنابراین نتیجه طراحی توپولوژی در نتیجه طراحی شکل و اندازه تأثیرگذار خواهد بود. زمانی که یک سازه الاستیک تحت بارهای دینامیکی قرار گیرد، توپولوژی سازه تأثیر بسزایی در پاسخ دینامیکی سازه خواهد داشت. و طراحی بهینه شکل و اندازه سازه تحت بار دینامیکی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. بنابراین طراحی بهینه توپولوژی سازه می‌تواند در ایجاد یک رفتار دینامیکی مناسب موءثر باشد[۲].

یکی از دلایلی که باعث پیچیدگی بررسی رفتار دینامیکی سازه‌ها می‌شود، اضافه شدن تأثیر نیروی اینرسی در پاسخ سازه می‌باشد. مثلاً در طراحی توپولوژی سازه‌ها با هدف حداقل سازی انرژی کرنشی ذخیره‌شده در سازه، به دلیل اینکه نیروی اینرسی نیز در این پارامتر تأثیرگذار است، بررسی آن کار چندان ساده‌ای نیست. برای فائق آمدن به این مشکل می‌توان از روش بار استاتیکی معادل[1] استفاده کرد. روش بار استاتیکی معادل اولین بار در سال ۱۹۹۹ توسط چوئی و پارک پیشنهاد شد [۳]. با این روش می‌توان میدان جابجایی معادل حالت بارگذاری دینامیکی در هر لحظه در سازه به‌وجود آورد. در واقع ESLs دربرگیرندهٔ اثر بارهای خارجی و نیروهای داخلی است. به بیان ساده ESLs پاسخ معادل بارگذاری دینامیکی را بدون معادلات پیچیده وابسته به زمان حالت دینامیکی ایجاد می کند.

۲. فرمول‌بندی مسئله

سیستم باربری به شکل (۱) در نظر بگیرید که تحت بار متمرکز $f(t)$ قرار گیرد.



شکل(۱) : تیر عمیق دو سر مفصل با بارگذاری نیم سینوسی

نیروی $f(t)$ طبق نمودار شکل (۱) با زمان تغییر می‌کند. اگر فضای مجاز چیدمان مصالح را با المان‌های کوچک تقسیم بندی کنیم می‌توان ضخامت هر المان را به عنوان متغیر طراحی (X) انتخاب کنیم و با تغییر آن‌ها تابع هدف $F(X)$ را بهبود بخشیم. بنابراین می‌توان مسئله را به شکل زیر نوشت:

□□□□ □

□□ □□□□□□□□ $F(X)$

[1] - Equivalent Static Loads

Subject to $g(X)$

پارامترهای مختلفی را می‌توان به عنوان تابع هدف بهبود داد.به طور مثال تنشهای به وجود آمده در سازه، نرم جابجایی [۴] و بسیاری پارامترهای دیگر که این موضوع بستگی زیادی به نظر طراح دارد. در مسائل استاتیکی اکثر طراحان ترجیح می‌دهند تابع هدف را نرمی سازه انتخاب کنند و آن را مینیمم کنند. یعنی حجم محدودی از مصالح را طوری توزیع نمایند که سخت‌ترین سازه حاصل شود [۵]. این امر باعث می‌شود انرژی کرنشی کمی در سازه به وجود آید. در حالت بارگذاری دینامیکی محاسبه پاسخ سازه، من‌جمله انرژی کرنشی ذخیره شده، چندان ساده نیست. اگر به تعریف انرژی کرنشی بازگردیم [۶] خواهیم داشت:

$$U = \frac{1}{2} u^T k u$$

که U انرژی کرنشی ذخیره‌شده در سازه، u بردار جابجایی نقاط گره‌ای ،و k ماتریس سختی سازه است.

به دلیل وابستگی U به u و وابستگی u به زمان می‌توان نتیجه گرفت U در هر لحظه تغییر می‌کند. در این مقاله تابع هدف حداکثر انرژی کرنشی (U) که سازه در طول زمان بارگذاری تجربه می‌کند انتخاب شده، بنابراین فرمول‌بندی مسئله بهینه سازی به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} &Find\ X \\ &to\ \min\ (\max\ C) \\ &subject\ to \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i a_i \le V \\ 0 < x_i^{\min} \le x_i \le x_i^{\max} \end{cases} \end{aligned}$$

که X بردار متغیرهای طراحی (ضخامت هر المان)، C نرمی سازه، n تعداد المان‌ها، x_i و a_i به ترتیب ضخامت ومساحت هر المان، V حجم کل مصالح، $x_i^{\min}$ و $x_i^{\max}$ به ترتیب حد پایین و بالای متغیر x_i هستند.

۳. تعریف ESLs

با بازگشت به تعریف U و اینکه این کمیت به u بستگی دارد می‌توان بارگذاری استاتیکی معادل ESLs را به‌شکل زیر تعریف کرد:

تعریف: زمانی که یک بار دینامیکی به یک سازه اعمال شود، بار استاتیکی معادل بار استاتیکی است که میدان جابجایی (u)، مشابه بارگذاری دینامیکی درهمان زمان ایجاد کند [۷].

معادله تعادل یک سیستم دینامیکی غیر استهلاکی به شکل زیر است:

$$m(x)\ddot{u}(t) + k(x)u(t) = f(t)$$

که در آن m ماتریس جرم، k ماتریس سختی سازه، u و $\ddot{u}$ به ترتیب بردار جابجائی و شتاب نقاط گرهی و f نیروی خارجی است.

حال اگر بخاهیم بار استاتیکی معادل سیستم را در لحظه $t = s$ به دست آوریم خواهیم داشت:

$$f_{eq}(s) = ku(s)$$

که f_{eq} همان بار استاتیکی معادل سیستم است. باید توجه کرد که هر چند بار خارجی می‌تواند فقط به یک درجه آزادی اعمال شود اما بار استاتیکی معادل به تمام درجات آزادی وارد می‌شود.

٤. تحلیل دینامیکی خطی

از یک دیدگاه کلی می‌توان روشهای حل معادله تعادل را به دو دسته تقسیم کرد؛ تحلیل مودال و تحلیل تاریخچه زمانی. در روش اول دقت عمل تا حدی به تعداد مودهای آنالیز بستگی دارد. در این مقاله علیرغم محاسبات کامپیوتری بیشتر روش دوم را انتخاب می کنیم. طبق پیشنهاد مرجع [۸] برای حل عددی معادله، به دلیل اینکه بار با پریود کوتاه اعمال می‌شود روش تفاوت محدود مرکزی[۲] مناسب به نظر می‌رسد. با استفاده از بسط تیلور می‌توان شتاب و سرعت را به شکل زیر نوشت:

$$\dot{u}_n = \frac{1}{2\Delta t}(u_{n+1} - u_{n-1})$$
$$\ddot{u}_n = \frac{1}{\Delta t^2}(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1})$$

با جایگزینی در معادله تعادل دینامیکی خواهیم داشت:

$$(\frac{1}{\Delta t^2} m)u_{n+1} = f_n - (k - \frac{2}{\Delta t^2} m)u_n - (\frac{1}{\Delta t^2} m)u_{n-1}$$

می‌توان مراحل عددی معادله تعادل به روش تفاوت محدود مرکزی را به صورت زیر دسته‌بندی کرد[۲] :

۱. ماتریس جرم m و سختی k سازه را تشکیل می‌دهیم.

۲. لحظه شروع را برای سازه مشخص می کنیم؛ u_0 و $\ddot{u}_0$.

۳. بازه زمانی Δt انتخاب می‌شود.

۴. $u_{-1} = u_0 - \Delta t \dot{u}_0 + \Delta t^2 \ddot{u}_0 / 2$ محاسبه می شود.

۵. از طریق آخرین معادله، u_{n+1} را در لحظه t_{n+1} به دست می‌آوریم.

٥. محاسبه ماتریس جرم

طبق مطالب ارائه شده درمرجع [۹] دو روش برای محاسبه ماتریس جرم در حالت دینامیکی وجود دارد. در روش اول به نام ماتریس جرم متمرکز[۳]، جرم هر المان متناسب با سطح باربر هر گره در آن گره متمرکز می‌شود. در مثال‌های حل شده در این مقاله از المان‌ها Q_4 استفاده شده است، بنابراین ماتریس جرم متمرکز برای این المان عبارتست از:

$$M_1 = \frac{m}{4}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[2] - central difference
[3] - particle mass lumping

که m جرم کل المان است.

روش دوم که به نام ماتریس جرم سازگار[۴] معروف است اثر شتاب هر گره در بقیه گره‌ها را لحاظ می‌کند. محاسبه ماتریس جرم به این روش منجر به ماتریس زیر می‌شود:

$$M_2 = \frac{m}{36}\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

جهت حصول جواب‌های دقیق‌ترمی‌توان از ماتریس ترکیب[۵] با فرمول‌بندی زیر استفاده کرد[۹]:

$$M = (1-\beta)M1 + \beta M2, \qquad \beta = 0.5$$

در این مقاله از این ماتریس استفاده شده است.

ماتریس M درواقع مربوط به هر المان تشکیل دهنده سازه است.ماتریس جرم کل سازه از سرهم بندی ماتریس کل حاصل می‌شود.

٦. الگوریتم بهینه‌سازی

با استفاده از روش ESLs و پارامترهایی که تا اینجا تعریف شدند می‌توان بهینه‌سازی توپولوژی سازه نشان داده شده در شکل (۱) را طی مراحل ذکر شده زیر انجام داد. قابل ذکر است الگوریتم بهینه‌سازی شامل تحلیل دینامیکی، محاسبه ESLs و بهینه‌سازی توپولوژی سازه با الگوریتم استاتیکی می‌باشد.

۱. شمارنده را $k=0$ قرار می‌دهیم و با یک مقدار اولیه برای متغیر طراحی شروع می کنیم $X_k = X_0$.

۲. با مقدار موجود متغیر طراحی (X_k) معادله تعادل دینامیکی را جهت محاسبه $u(t)$ در لحظات مختلف بارگذاری (از لحظه t_i تا t_f)تشکیل می‌دهیم.

۳. توسط فرمول به دست آمده برای f_{eq}، این پارامتر را در لحظات مختلف در طول بازه بارگذاری (از لحظه t_i تا t_f)محاسبه می‌نماییم.

۴. f_{eq}^* که بیشترین انرژی کرنشی را در سازه در لحظه t^* ذخیره می کند محاسبه می‌نماییم.

f_{eq}^* از معادله زیر به دست می‌آید:

$$(f_{eq}^*(t^*))^T u(t^*) = Max\ \{\ f_{eq}^T(t)u(t) \qquad for\ \ t = t_i, \ldots t_f\ \}$$

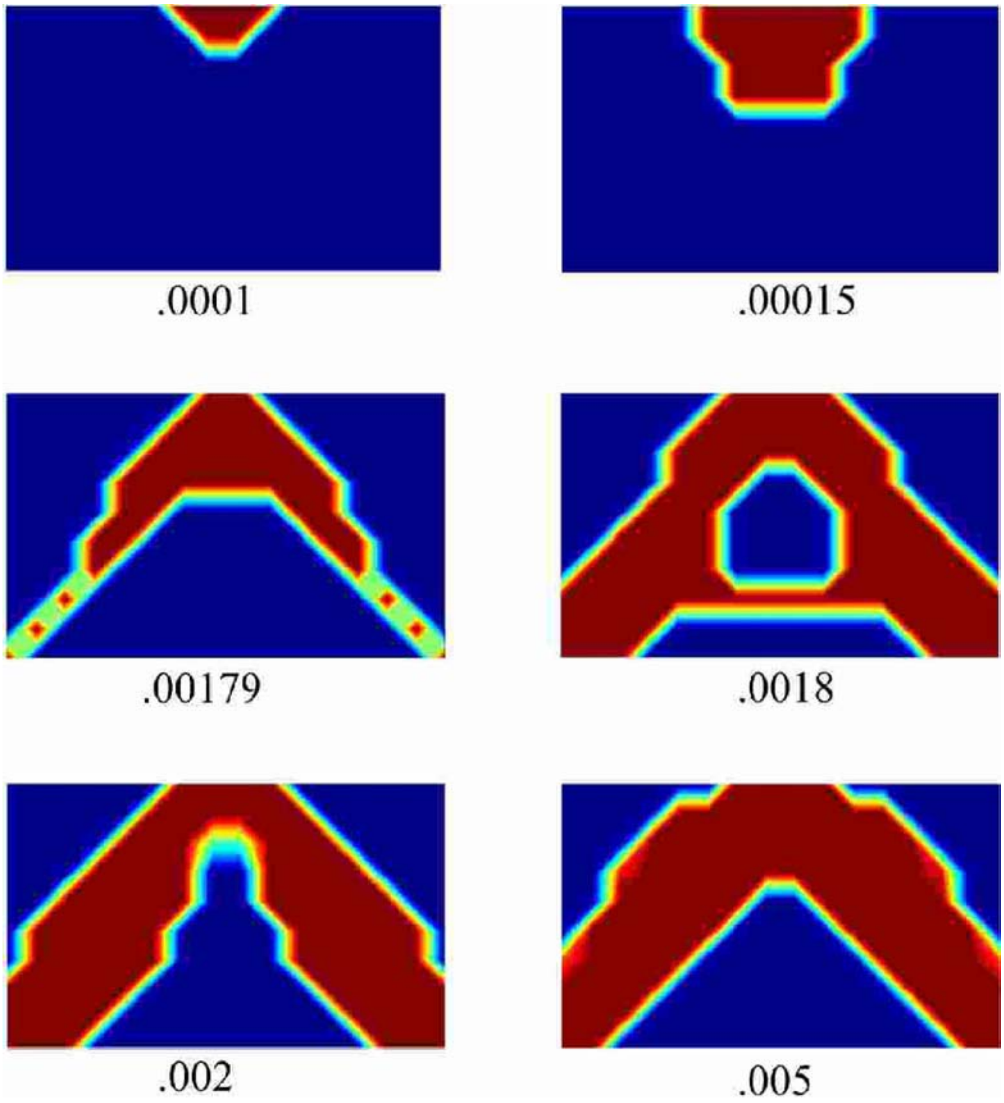
۵. توسط یک الگوریتم بهینه‌سازی استاتیکی، سازه با متغیر طراحی (X_k) و بارگذاری f_{eq}^* را بهینه‌سازی کرده تا متغیر جدید به دست آید.

۶. شرایط همگرایی را کنترل می کنیم. در صورت ارضای آن توقف کرده و در غیر این صورت به مرحله ۲ بازگشته و شمارنده را $k=k+1$ قرار می‌دهیم.

[4]- consistent mass matrix
[5] - combination matrixes

۷. مثال عددی

برای نشان دادن اثر بارگذاری دینامیکی در چیده‌مان سازه‌ای که بهینه سازی توپولوزی می‌شود، سازه شکل (۱) را تحت بارگذاریهای با فرکانسهای مختلف بررسی شده است.بار به شکل نیم سینوسی اعمال می‌شود و تنها زمان t_f متغییر است.ابعاد تیر ۵۰* ۱۰۰□□ انتخاب شده است.جنس تیر از فولاد با مشخصات ۳.=□ ,۲□□/□□ ۶□۲.۱=□ است.برای تحلیل از المانهای ۲* ۲ □□ از نوع Q_4 استفاده شده است.



شکل(۲) : بهینه سازی توپولوژی برای تیر و بارگذاری شکل(۱) برای t_f های مختلف

۸. خلاصه و نتیجه‌گیری

همانطور که در شکل(۲) پیداست بارگذاری دینامیکی اثر بسیار متفاوتی بر پاسخ سازه می‌گذارد. هرچه فرکانس بار اعمالی نسبت به فرکانس سازه بیشتر باشد، بار اعمالی اثر متفاوت‌تری نسبت به حالت استاتیکی بر سازه خواهد داشت. در شکل اول که فرکانس بار نسبت به سازه بسیار زیاد است تجمع بار در زیر نقطه اثر نیرو برای افزایش نیروی اینرسی مشهود است.در حالی که در شکل آخر که فرکانس کاهش چشمگیری یافته بارگذاری تقریباًخصلت استاتیکی پیدا کرده که منجر به شکلی مشابه با حالت بارگذاری استاتیکی شده است.

در مسائل بهینه سازی بر مبنای سختی، انتخاب تابع هدف مناسب در حالت دینامیکی، محل سؤال است. با توجه به محاسن انتخاب سختی به عنوان تابع هدف در مسائل استاتیکی و اینکه این پارامتر در مسائل دینامیکی با زمان تغییر می‌کند، انتخاب حد اکثر این پارامتردر طول بازه مورد نظر مطلوب است و همانطور که در این مقاله دیده شد این روش منجر به نتایج مناسبی خواهد شد.

۹. مراجع

[1] Park G.J. *Analytic Methods For Design Practice*, Springer, Berlin, 2007.

[2] Min S, Kikuchi N, Park Y.C, Kim S, Chang S. Optimal Topology Design of Structures Under Dynamic Loads, *Structural Optimization,* 17, 208-218, 1999.

[3] Chio W.S, Park G.J. Transformation of Dynamic Loads into Equivalent Static Loads Based on Modal Analysis, *International Journal of Numerical Methods in Engineering,* 46(1),29-43,1999.

[۴] برکتین، علیرضا. بهینه سازی توپولوژی سازه‌های پوسته صفحه‌ای با رفتار غیر خطی هندسی تحت بارگذاری استاتیکی و دینامیکی. رساله دکتری، بخش مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران، ۱۳۸۸.

[5] Christensen P.W, Klabring A. *An Introduction to Structural Optimization*, Springer, 2009.

[۶] سعادت پور، محمد مهدی(مترجم). دینامیک سازه‌ها.مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان، بخش مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران، ۱۳۸۸.

[7] Kang B.S, Shyy Y.K, Hong Q. Implementation of Equivalent Static Load Method in Flexible Multibody Dynamic Systems, *7th World Structural and Multidisciplinary Optimization*, Seol, Korea, 2007.

[8] Bathe k.J. *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs,NJ, 1996.

[9] Cook R.D, Malkus D.S, Plesha M.E, Witt R.J. *Concepts and Aplications of Finite Element Analysis,* John Wiley & Sons, 2001.