



اثر نقص انحنای نخستین

بر رفتار کشسان مرتبه دوم قاب‌های دو بعدی

محمد رضایی پژند^۱، احسان محتشمی^۲

چکیده

به طور معمول، نقص‌های هندسی در فرآیند ساخت و نصب عضوهای سازه به وجود می‌آیند. نقص انحنای نخستین یا شکم‌دادگی عضو یکی از رایج‌ترین آنهاست. در این مقاله، ماتریس سختی مماسی کشسان جزء تیر-ستون دارای نقص انحنای نخستین، زیر اثر نیروهای گرهی و بارهای میانی گسترده و متumerک رابطه‌سازی می‌شود و در تحلیل مرتبه دوم قاب‌ها به کار می‌رود. شیوه‌پیشنهادی، تابع جدیدی برای نقص انحنای نخستین پیشنهاد می‌کند و اثر آن را به طور مستقیم در ماتریس سختی جزء وارد می‌سازد. همچنین، برای الگوسازی هر عضو سازه، تنها یک جزء را به کار می‌برد و رابطه‌های آن برای عضوهای فشاری و کششی، یکسان است. نمودار بار-تغییرمکان روش پیشنهادی با پاسخ‌های سایر پژوهشگران مقایسه می‌شود و اثر نقص انحنای نخستین بر مسیر ایستایی مرتبه دوم قاب‌ها بررسی می‌گردد. نتیجه‌ها نشان می‌دهند، اگر اثر مرتبه دوم $P-\Delta$ در پایداری قاب تعیین کننده باشد، اهمیت نقص شکم‌دادگی عضوهای کمتر می‌شود. از سوی دیگر، هنگامی که اثر مرتبه دوم $P-\delta$ نقش بیشتری در پایداری سازه دارد، این نقص می‌تواند اثر قابل توجهی بر رفتار سازه بگذارد.

کلمات کلیدی:

قاب دو بعدی، تحلیل غیرخطی، نقص انحنای نخستین(شکم‌دادگی)، اثرهای مرتبه دوم، بارهای میانی

Effect of Initial Out-of-Straightness Imperfection on Second-Order Elastic Behavior of Planar Frames

Mohammad Rezaiee-Pajand, Ehsan Mohtashami

ABSTRACT

Geometrical imperfections usually occur during fabrication and erection. Initial out-of-straightness is one of the most common types of these flaws. In this paper, the elastic tangent stiffness matrix of an initially curved beam-column element subjected to nodal forces and transverse member loads is derived. Second-order analysis of planar frames is carried out afterwards. The proposed method introduces a new function for explicit modeling of out-of-straightness imperfection and incorporates it directly into the element's stiffness matrix. In addition, the proposed technique uses only one element for each member and presents a single formulation for both tensile and compressive members. The obtained load-deflection curve is compared with those predicted by other methods and the effect of initial out-of-straightness imperfection is also discussed. Results of numerical examples indicate that initial out-of-straightness imperfection is less important if the stability of frame is controlled by second-order $P-\Delta$ effect. On the other hand, it can have a considerable effect on the behavior of structure when second-order $P-\delta$ effect is dominant.

Key words:

Planar Frame, Nonlinear Analysis, Initial Out-of-Straightness Imperfection, Second-Order Effects, Transverse Member Loads

۱. استاد گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد mrpajand@yahoo.com

۲. کارشناس ارشد مهندسی سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد eh_mo876@stu-mail.um.ac.ir

بارگذاری‌های گوناگون، ماتریس سختی جزء بسیار پیچیده می‌گردد^[۶].

در روش اجزای محدود، تابع تغییرمکان جزء فرض می‌شود و ادامه کار با شیوه‌هایی مانند رابطه‌های ایستایی، کار مجازی یا کارمایه نهفته کل به انجام می‌رسد. برتری راهکار اجزای محدود در سر راست بودن آن می‌باشد. با این حال، هنوز رابطه‌سازی‌های کارآمدی برای وارد کردن اثرهای مرتبه دوم، به ویژه در نیروهای محوری زیاد، ارائه نشده است. بر پایه پژوهش‌های چن و ژو در سال ۱۹۹۵ و چن و چوی در سال ۱۹۹۶، هنگامی که نیروی محوری عضوهای سازه بیش از مقدار مشخصی - برای نمونه، نیمی از بار کمانشی - باشد، دقت روش اجزای محدود مناسب نیست و بهتر است روش تیر-ستون به کار رود^[۷].

یک راه دیگر برای انجام تحلیل غیرخطی هندسی که به صورت گسترده‌ای رواج دارد، بهره‌گیری از تحلیل مرتبه دوم ساده‌تر به همراه محاسبه طول موثر است. روش طول موثر، برای وارد کردن اثر اندرکنش مقاومت عضو با سایر بخش‌های سازه به وجود آمده است. به سخن دیگر، میزان مشارکت هر عضو در مقاومت قاب با طول موثر آن نشان داده می‌شود. این روش، پاسخ‌های خوبی برای طراحی سازه‌های قابی به دست می‌دهد. هنگامی که طول موثر به درستی برآورد گردد، مقاومت کمانشی عضو به‌آسانی از روی نمودارهای آیین‌نامه‌ها حساب می‌شود. با این حال، این شیوه نمی‌تواند اندرکنش رفتار سازه و عضوهایش را به دقت رابطه‌سازی کند؛ زیرا اندرکنش‌ها در یک سازه بزرگ بسیار پیچیده است و نمی‌توان اثر آنها را تنها با یک مقدار به نام ضریب طول موثر وارد نمود. همچنین، این روش برای طراحی با رایانه مناسب نیست. زیرا، فرآیند آن چندان نظامدار نمی‌باشد. افزون بر این، برای وارسی ظرفیت یکایک عضوهای، به ویژه در سازه‌های با درجه آزادی زیاد، به زمان قابل توجهی نیاز دارد^[۸].

هنگامی که هدف، بررسی مسیر بار- تغییرمکان با وارد کردن تغییر هندسه سازه در طول بارگذاری باشد، باید اثر تغییرشکل‌های بزرگ یا به سخن دیگر، اثرهای مرتبه دوم را وارد تحلیل کرد. نتیجه این کار، یافتن تابع‌های پایداری است و چنین تحلیلی را تحلیل مرتبه دوم می‌نامند. از نخستین کارهایی که برای وارد کردن اثر تغییرشکل‌های بزرگ در تحلیل کشسان انجام شد، می‌توان به پژوهش‌های ویلیامز در سال ۱۹۶۴، جینینگز در سال ۱۹۶۸ و پاول در سال ۱۹۶۹ اشاره کرد. در سال ۱۹۹۴، چن و ژو یک جزء خودایستا برای تحلیل مرتبه دوم قاب‌ها پیشنهاد کردند که شرط ایستایی را در وسط دهانه جزء برقرار می‌نمود^[۱]. آن دو، نقص اتحانی نخستین با شکل سهمی درجه دو را در سال ۱۹۹۵ به جزء پیشنهادی خود افزودند^[۲]. سپس، در سال‌های ۱۹۹۶ و ۱۹۹۷، اثر بارهای میانی جانبی و محوری را به طور مستقیم در رابطه‌سازی سختی جزء وارد نمودند^[۳، ۴]. همچنین، آنها روشی به نام NIDA را برای تحلیل کشسان مرتبه دوم قاب‌ها در سال ۲۰۰۰ ارائه کردند^[۵]. با وجود این، در هیچ یک از پژوهش‌های خود، اثر همزمان نقص اتحانی نخستین و بارهای میانی را بررسی نکردند.

در تحلیل کشسان مرتبه دوم، از دو شیوه برای رابطه‌سازی ماتریس سختی جزء بهره می‌گیرند. یکی، روش تیر-ستون و دیگری، روش اجزای محدود نام دارد. در شیوه تیر-ستون، معادله دیفرانسیل ایستایی تیر-ستون را برای یافتن رابطه‌ای میان نیروها و تغییرمکان‌های گرهی حل می‌کنند. در این راهکار، از تابع‌های پایداری برای وارد کردن اثرهای غیرخطی بهره می‌جوینند. برتری این شیوه، در دقت تابع‌های پایداری زیر اثر نیروی محوری زیاد است. با وجود این، برای نیروی محوری کششی و فشاری باید رابطه‌سازی جداگانه‌ای انجام داد؛ زیرا، معادله دیفرانسیل تیر-ستون در نیروی محوری مثبت و منفی متفاوت است. همچنین، هنگام گسترش رابطه‌ها برای در بر گرفتن



۲- روش پیشنهادی

هر الگوی تحلیلی، نیاز به سادهسازی دارد. فرض‌های زیر

در این مقاله به کار می‌رود:

۱. از نگره تیر - ستون تیموشنکو بهره‌جویی خواهد شد و تنها

اثرهاي مرتبه دوم ناشي از نيروي محوري به کار می‌رود. به

سخن ديگر، اثرهاي مرتبه دوم ساير نيروها در مقاييسه با

نيروي محوري، ناچيز است و از آنها چشم‌پوشی می‌شود.

۲. رفتار مصالح، کشسان است.

۳. قاب‌هاي دو بعدی با عضوهای منشوری تحلیل می‌شوند.

۴. کرنش‌ها کوچک‌کند اما تغييرمکان‌ها می‌توانند بزرگ باشند.

۵. از تغييرشکل‌های برشی و پیچشی مقطع چشم‌پوشی می‌گردد.

۶. از کمانش موضعی و پیچشی - جانبی جلوگیری می‌شود.

۲-۱- تابع تغييرمکان

شکل (۱)، جزء تیر - ستون پیشنهادی و بارهای وارد به آن

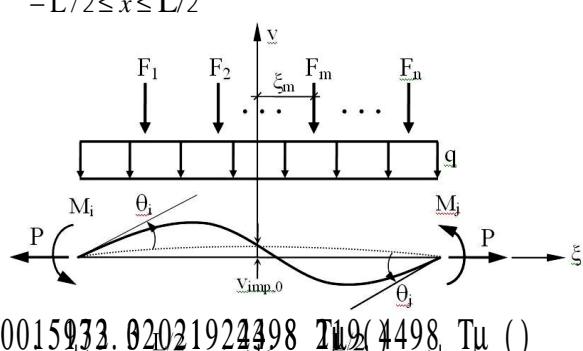
را نشان می‌دهد. تابع تغييرمکان جزء، چند جمله‌ای درجه

پنج به صورت زير فرض می‌شود. چنین تابعی پيش از اين

توسط چن و زو به کار رفته است [۲، ۱]:

$$v(x) = c_0 + c_1 \xi + c_2 \xi^2 + c_3 \xi^3 + c_4 \xi^4 + c_5 \xi^5 \quad (1)$$

$$\xi = \frac{2x}{L} \quad -L/2 \leq x \leq L/2$$



شکل (۱) : جزء پیشنهادی و نيروهای وارد به آن

در رابطه کنونی، ξ فاصله بی بعد شده و L طول جزء می‌باشد. در حالت کلی، انتخاب شکل تابع نقص

شکم دادگی عضو اختیاری است. برای نمونه، چن و زو در سال ۱۹۹۵، تابع سهمی درجه دو را با الهام گرفتن از کمان دایره و چن و گو در سال ۲۰۰۰، تابع نیم سینوسی را بر پایه شکل کمانشی کشسان پیشنهاد کردند [۶]. در اینجا، با الهام گرفتن از تغييرشکل ناشی از وزن عضو، تابع چند جمله‌ای درجه چهار به صورت زير پیشنهاد می‌شود:

$$v_{imp,0}(\xi) = \frac{v_{imp,0}}{8} (\xi^2 - 8\xi^2 - 1) \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (2)$$

در اين رابطه، $v_{imp,0}$? مقدار نقص در وسط دهانه است و در آغاز تحليل به برنامه رايانيه‌اي داده می‌شود. يادآوري می‌کند، نقص هندسي جزء پيش از وارد شدن هر گونه بار به وجود آمده است.

در دستگاه محورهای عضوي پایه، تغييرمکان‌های جانبي نسبت به وتر گذرنده از دو سر جزء سنجیده می‌شوند. از اين رو، شرط‌های مرزی به صورت زير می‌باشند:

$$v|_{\xi=-1} = 0 \quad (3)$$

$$v|_{\xi=1} = 0 \quad (4)$$

$$\left. \frac{dv}{dx} \right|_{\xi=-1} = \theta_i \quad (5)$$

$$\left. \frac{dv}{dx} \right|_{\xi=1} = \theta_j \quad (6)$$

در ادامه، شرط ايستايی نيرو و لنگر در مقطع وسط جزء برقرار می‌گردد. باید آگاه بود، اين کار دقت تحليل را بدون افزایش درجه‌های آزادی بالا می‌برد؛ زيرا، هر جزء افزون بر داشتن تعادل و سازگاري با ديگر جزءها در گرهها، در ميانه خود نيز تعادل دارد ولی خيز و شيب آن مقطع به مجھول‌های تحليل افروده نمي‌گردد. شرط ايستايی لنگر در مقطع وسط جزء به صورت زير می‌باشد:

$$EI \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)_0 = \frac{1}{2} (M_T \phi M \Phi 13 P 16 T 58 2 \Phi T 3 065983 T \phi 0015933.02021921498 T 19(4498) T \mu) \quad (7)$$

$$\frac{qL^2}{8} + \frac{1}{4} L \sum_{m=1}^n F_m \xi_m^*$$

شرط تعادل برش در اين مقطع نيز به قرار زير نوشته می‌شود:

$$c_5 = \frac{1}{A_1} \left[\frac{\rho L}{8} (\theta_i + \theta_j) - \sum_{m=1}^n \frac{F_m \xi_m^{**} L^3}{4EI} \right] \quad (16)$$

در این رابطه‌ها، عامل‌های زیر به کار رفته‌اند:

$$A_1 = \rho + 80 \quad (17)$$

$$A_2 = \rho + 48 \quad (18)$$

$$\rho = \frac{PL^2}{EI} \quad (19)$$

۲-۲- رابطه‌های سختی و تری

برای دست‌یابی به رابطه‌های سختی و تری، از روش کارمایه استفاده می‌شود. نخست، کارمایه نهفتة کل سازه برپا و سپس کمینه می‌گردد:

$$? = U - W_E \quad (20)$$

$$D? = \frac{\partial ?}{\partial \delta_k} + \frac{\partial ?}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial \delta_k} = 0 \quad (21)$$

$$\delta_k = \{e \quad \theta_i \quad ?_j\}^T$$

در این رابطه‌ها، Π کارمایه نهفتة کل، U کارمایه کرنشی، D کار بارهای خارجی، e تغییرشکل محوری و W_E عملگر دیفرانسیلی می‌باشد. با فرض کشسان بودن مصالح می‌توان نوشت:

$$U = \frac{EA}{2} \int_L \left(\frac{du}{dx} \right)^2 dx + \frac{EI}{2} \int_L \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{P}{2} \int_L \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 dx \quad (22)$$

در این رابطه، u تابع تغییرشکل محوری است و به دلیل ثابت بودن نیروی محوری در طول جزء، خطی می‌باشد. به سبب وجود نقص انحنای نخستین و کار نیروی محوری بر روی آن، تابع v در جمله سوم رابطه (۲۲) با $v + v_{imp}$ جایگزین می‌گردد. با چشم‌پوشی از توان دوم dv_{imp}/dx در برابر دیگر جمله‌ها، تابع کارمایه کرنشی جزء پیشنهادی به صورت زیر در می‌آید:

$$EI \left(\frac{d^3 v}{dx^3} \right)_0 = \frac{1}{2} (\lambda T \Phi M \Phi \Gamma \beta P \left(\frac{dv}{dx} \right)_0) 133 \sum_{m=1}^n F_m \xi_m^{**} 5926 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 407.2$$

در رابطه‌های کنونی، M_i و M_j لنگر در گره‌های i و j می‌باشند. P نیروی محوری و q شدت بار گستردۀ در یکه طول جزء است. L , E , I به ترتیب، ضریب کشسانی، لنگر لختی و طول جزء می‌باشند. m , F_m امین بار متمرکز میانی وارد بر جزء است و عامل‌های بدون بعد ξ_m^{**} و ξ_m^* به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} \xi_m^* = 1 + \xi_m & \xi_m < 0 \\ \xi_m^* = 1 - \xi_m & \xi_m \geq 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \xi_m^{**} = -(1 + \xi_m) & \xi_m < 0 \\ \xi_m^{**} = 1 - \xi_m & \xi_m \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

در رابطه‌های کنونی، ξ_m فاصله بی بعد شده بار متمرکز میانی F_m از وسط جزء می‌باشد. مقدارهای c_0 تا c_5 رابطه (۱) با وارد کردن شرط‌های مرزی (۳) تا (۶) و رابطه‌های ایستایی (۷) و (۸) به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$c_0 = \frac{-1}{A_2} \left[6L(\theta_j - \theta_i) + \rho v_{imp,0} + \frac{qL^4}{8EI} + \sum_{m=1}^n \frac{F_m \xi_m^{**} L^3}{4EI} \right] \quad (11)$$

$$c_1 = \frac{-1}{A_1} \left[10L(\theta_i + \theta_j) + \sum_{m=1}^n \frac{F_m \xi_m^{**} L^3}{4EI} \right] \quad (12)$$

$$c_2 = \frac{1}{A_2} \left[\frac{(4\beta T \Phi / L \Phi \Gamma \beta)}{8} (\theta_j - \theta_i) + 2\rho v_{imp,0} + \frac{qL^4}{4EI} + \sum_{m=1}^n \frac{F_m \xi_m^{**} L^3}{2EI} \right] 354.6 \quad 267.5698 \quad T \mu \quad (13)$$

$$c_3 = \frac{1}{A_1} \left[\frac{(8\beta T \Phi / L \Phi \Gamma \beta)}{8} (\theta_i + \theta_j) + \sum_{m=1}^n \frac{F_m \xi_m^{**} L^3}{2EI} \right] 7245.0 \quad 0 \quad 1 \quad 377.4 \quad 23$$

$$c_4 = \frac{1}{A_2} \left[\frac{\rho L}{8} (\theta_j - \theta_i) - \rho v_{imp,0} - \frac{qL^4}{8EI} - \sum_{m=1}^n \frac{F_m \xi_m^{**} L^3}{4EI} \right] \quad (15)$$

$$U = \frac{EA}{2} \int_L \left(\frac{du}{dx} \right)^2 dx + \frac{EI}{2} \int_L \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{P}{2} \int_L \left[\left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + 2 \left(\frac{dv}{dx} \right) \left(\frac{dv_{imp}}{dx} \right) \right] dx \quad (23)$$



$$R_2 = \frac{2(48)^2 + (98/35)(48)\rho + (198/105)\rho^2 + (33/2520)\rho^3}{B_2^3} \quad (29)$$

$$R_3 = \frac{-11[392099 + (33/7)(48)^2\rho + 144\rho^2 + \rho^3]}{60B_2^3} \quad (30)$$

$$R_4 = \frac{16[7(48) + 5\rho]}{35B_2^3} \quad (31)$$

$$R_5 = \frac{1}{B_1^3} \left[\frac{64}{63} \rho \xi_m^{**} + 10(80 + \rho) \xi_m (1 - \xi_m^2)^2 \right] \quad (32)$$

$$R_6 = \frac{1}{B_2^3} \left[-\frac{128}{70} \rho \xi_m^* + 6(48 + \rho) (1 - \xi_m^2)^2 \right] \quad (33)$$

$$R_7 = \frac{-[19(48)^2 + 656\rho]}{35B_2^3} \quad (34)$$

$$R_8 = \frac{1}{B_2^3} \left[\frac{96}{35} (5\rho - 16) \xi_m^* - 48(48 + \rho) (1 - \xi_m^2)^2 \right] \quad (35)$$

$$R_9 = \frac{1}{B_1^3} \left[\frac{2}{105} (48 - \rho) \xi_m^* + \frac{1}{8} (48 + \rho) (1 - \xi_m^2)^2 \right] \quad (36)$$

$$R_{10} = \frac{-200\rho [(58/25)(48)^2 + 144\rho + \rho^2]}{105B_2^3} \quad (37)$$

$$R_{11} = \frac{64 + \rho}{35B_2^3} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} R_{12} = & \frac{1}{8B_1^2} [\xi_m^{**} \xi_k (1 - \xi_k^2)^2 + \xi_k^{**} \xi_m (1 - \xi_m^2)^2] \\ & - \frac{1}{315B_1^3} [16(100 + \rho) \xi_m^{**} \xi_k^{**}] \\ & + \frac{1}{8B_2^2} [\xi_m^* (1 - \xi_k^2)^2 + \xi_k^* (1 - \xi_m^2)^2] \\ & - \frac{1}{105B_2^3} [16(36 + \rho) \xi_m^* \xi_k^*] \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} S_1 = & \frac{1}{B_1^2 B_2^2} [4(80)^2 (48)^2 + 32(80)(48)^2 \rho \\ & + (1378/112)(80 + 48)^2 \rho^2 \\ & + (1256/420)(80 - 48)^2 \rho^3 \\ & + (2148/105)\rho^4 + (28/630)\rho^5] \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} S_2 = & \frac{1}{B_1^2 B_2^2} [2(80)^2 (48)^2 + 8(80)(48)^2 \rho \\ & + (209/112)(80 + 48)^2 \rho^2 \\ & + (121/420)(80 - 48)^2 \rho^3 \\ & + (50/105)\rho^4 - (5/630)\rho^5] \end{aligned} \quad (41)$$

با جایگذاری رابطه‌های (11) تا (16) در رابطه (23)، تابع کارمایه کرنشی بر حسب تغییرمکان‌های گرّهی قابل دست‌یابی است. کار بارهای خارجی، بر پایه شکل (1)، به قرار زیر است:

$$W_E = Pe + M_i \theta_i + M_j \theta_j + \int_L q v(\xi) dx + \sum_{m=1}^n F_m v(\xi_m) \quad (24)$$

علامت منفی q و F_m ، به سبب وارد شدن بارهای گسترده و متمرکز میانی در جهت منفی محور تغییرمکان جانی است. با کمینه کردن تابع کارمایه نهفته کل سازه، رابطه‌های سختی و تری جزء پیشنهادی به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} P = & EA \left\{ \frac{e}{L} + R_1(\theta_i) T_{\theta i} / \Phi_{13} R_2(\theta_j) T_{\theta j} / \Phi_{13} 0.6561710T_0 0.302796 \right. \\ & + R_3 \left(\frac{v_{imp,0}}{L} \right) \theta_j T_{\theta j} / \Phi_{13} R_4 \left(\frac{qL^3}{EI} \right) \theta_j T_{\theta j} / \Phi_{13} 0.356896030 T_{\theta 39158290} \\ & \left. \sum_{m=1}^n \left[\frac{F_m L^2}{EI} [R_5(\theta_i) T_{\theta i} / \Phi_{13} R_6(\theta_j) T_{\theta j} / \Phi_{13} 0.6065923T_0 0.5939406 \right. \right. \\ & + R_7 \left(\frac{v_{imp,0}}{L} \right) \left(\frac{qL^3}{EI} \right) + \sum_{m=1}^n \left[R_8 \left(\frac{v_{imp,0}}{L} \right) \left(\frac{F_m L^2}{EI} \right) \right] \\ & + \sum_{m=1}^n \left[R_9 \left(\frac{qL^3}{EI} \right) \left(\frac{F_m L^2}{EI} \right) \right] + R_{10} \left(\frac{v_{imp,0}}{L} \right)^2 \\ & \left. \left. + R_{11} \left(\frac{qL^3}{EI} \right)^2 + \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^n \left[R_{12} \left(\frac{F_m L^2}{EI} \right) \left(\frac{F_k L^2}{EI} \right) \right] \right] \right\} \quad (25) \end{aligned}$$

$$M_i = \frac{EI}{L} (S_i T_{\theta i} + \Phi_{13} 16 S_3 \left(\frac{EI v_{imp,0}}{L^2} T_{\theta i} \right) 0.593 0 0 1 404.52 32 \quad (26)$$

$$+ S_4 (q) T_{\theta i} + \sum_{m=1}^n \left[\Phi_{13} 18 S_6 4063 L T_{\theta i} 0.5346 0 0 1 378.36 \right] \quad (27)$$

$$\begin{aligned} M_j = & \frac{EI}{L} (S_j T_{\theta j} + \Phi_{13} j 16 S_3 \left(\frac{EI v_{imp,0}}{L^2} T_{\theta j} \right) 0.5931 0 0 1 406.2 26 \quad (28) \\ & - S_4 (q) L T_{\theta j} + \sum_{m=1}^n \left[\Phi_{13} j 18 S_6 4063 L T_{\theta j} 0.5347 0 0 1 380.04 \right] \end{aligned}$$

در رابطه‌های کنونی، عامل‌های R_1 تا R_{12} ، تابع‌های انجنا و S_1 تا S_6 ، تابع‌های پایداری نام دارند و همگی، فقط تابعی از نیروی محوری می‌باشند. مقدار آنها به قرار زیر است:

$$R_i = \frac{2(80)^2 + (130/35)(80)\rho + (230/105)\rho^2 + (23/2520)\rho^3}{B_1^3} \quad (28)$$

تغییر نیروی محوری نشان می‌دهد. می‌توان دید به جز هنگامی که نیروی محوری فشاری بزرگ به جزء وارد می‌شود، دقت رابطه‌های (۴۰) و (۴۱) بسیار خوب است. برای تابع پایداری S_4 کیم و همکاران در سال ۲۰۰۴، سری توانی زیر را پیشنهاد دادند [۹]:

$$S_4 = \frac{2520 - 42\rho + \rho^2}{30240} \quad (46)$$

نمودار تغییر رابطه کنونی در برابر نیروی محوری، به همراه رابطه (۴۳) و مقدارهای دقیق، در شکل (۳) می‌آید دیده می‌شود، رابطه به دست آمده در این مقاله در مقایسه با رابطه کیم و همکاران، هم‌خوانی بهتری با مقدار دقیق آن دارد. اثر نقص انحنای نخستین در رابطه‌های سختی و تری، R_5 و R_6 اثر نقص انحنای نخستین در رابطه‌های انحنای R_3 ، R_7 ، R_8 و R_{10} با تابع پایداری S_3 و تابع‌های انحنای R_3 ، R_7 ، R_8 و R_{10} وارد می‌گردد. شکل‌های (۴) و (۵)، این کمیت‌ها را نمایش می‌دهند. با تغییر نیروی محوری، مقدار تابع S_3 به سرعت تغییر می‌کند و نقش انحنای نخستین را در کاهش سختی آشکار می‌سازد. همچنین تابع‌های R_3 و R_{10} زیر اثر نیروی فشاری زیاد به طور چشم‌گیری تغییر می‌کنند و R_7 روی سختی جزء اثر می‌گذارند. در برابر آن، تابع‌های R_7 و R_8 تغییرات اندکی دارند و تاثیر ناچیزی بر سختی عضوی می‌گذارند. تابع R_8 در شکل (۵)، به ازای یک بار متتمرکز در میانه جزء رسم شده است. باید آگاه بود اگر چه تابع‌های انحا و پایداری جزء پیشنهادی زیر اثر نیروی فشاری زیاد با خطا همراه هستند، نسبت به مقدارهای دقیق که از حل معادله دیفرانسیل تعادل تیر-ستون به دست می‌آیند، شکل بسیار ساده‌تری دارند و برای نیروی محوری فشاری و کششی، رابطه‌ای یکسان را در دسترس قرار می‌دهند.

$$S_3 = \frac{\rho[91(48)^2 + 106(48)\rho + (77/3)\rho^2]}{140B_2^2} \quad (42)$$

$$S_4 = \frac{5(48)^2 + 6(48)\rho + (11/7)\rho^2}{60B_2^2} \quad (43)$$

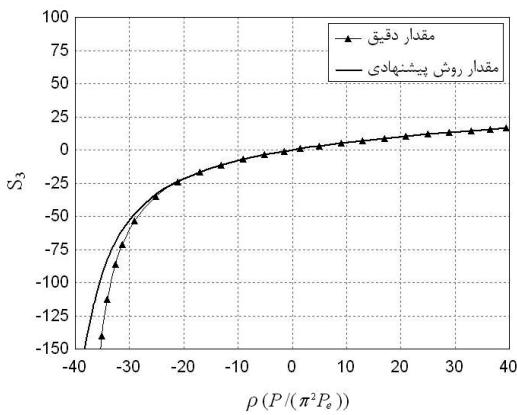
$$S_5 = \frac{(80 + \rho\xi_m^2)\xi_m(1 - \xi_m^2)}{8B_1} + \frac{2\rho^2\xi_m^{**}}{315B_1^2} \quad (44)$$

$$S_6 = \frac{(48 + \rho\xi_m^2)(1 - \xi_m^2)}{8B_2} + \frac{2\rho^2\xi_m^*}{105B_2^2} \quad (45)$$

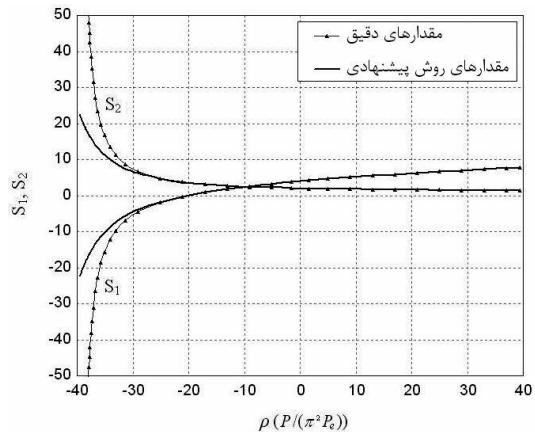
تابع‌های R_1 و R_2 در اثر اندرکنش دوران‌های گرهی و نیروی محوری به وجود می‌آیند. ضریب‌های R_3 و R_4 اندرکنش دوران‌های گرهی و نیروی محوری را به ترتیب با نقص انحنای نخستین و بار گستردۀ میانی نشان می‌دهند. عامل‌های R_5 و R_6 اندرکنش مرتبۀ دوم نیروی محوری و دوران‌های گرهی با بارهای متتمرکز میانی را در بر دارند. ضریب‌های R_7 و R_8 اندرکنش نقص انحنای نخستین را، به ترتیب، با بارهای گستردۀ و متتمرکز میانی نشان می‌دهند. تابع R_9 در اثر اندرکنش بار گستردۀ میانی و بارهای متتمرکز میانی به وجود می‌آید. اندرکنش مرتبۀ دوم نیروی محوری با نقص انحنای نخستین، بار گستردۀ میانی و بارهای متتمرکز میانی به ترتیب در تابع‌های R_{10} و R_{12} دیده می‌شود.

ضریب‌های S_1 و S_2 همان تابع‌های پایداری رایج هستند که مقدار دقیق آنها از حل معادله دیفرانسیل تعادل تیر-ستون به دست می‌آید. تابع S_3 اثر نقص هندسی انحنای نخستین را در رابطه تعادل لنگرها وارد می‌سازد. به سخن دیگر، این ضریب همانند یک بار میانی، لنگرهای گیرداری در دو سر جزء به وجود می‌آورد. عامل S_4 ، چگونگی تغییر لنگر گیرداری بارهای گستردۀ میانی را با تغییر نیروی محوری نشان می‌دهد. اثر لنگر گیرداری ناشی از بارهای متتمرکز میانی در تابع‌های S_5 و S_6 دیده می‌شود. از آنجا که این بارهای در حالت کلی نامتقارن هستند، رابطه لنگر گیرداری آنها برای گرههای \mathbf{i} و \mathbf{j} متفاوت می‌باشد.

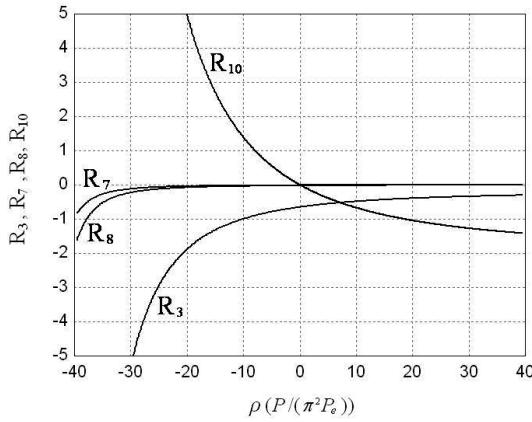
اینک دقت تابع‌های پایداری جزء پیشنهادی برسی می‌گردد. شکل (۲)، چگونگی تغییر تابع‌های S_1 و S_2 را با



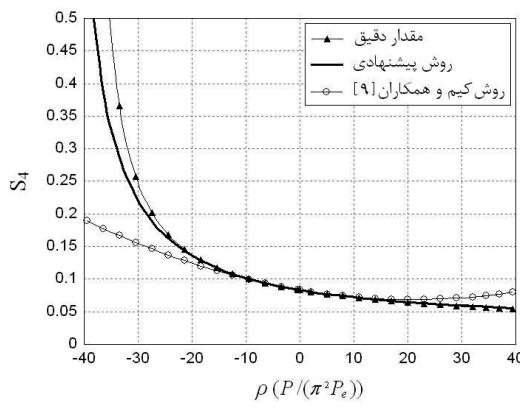
شکل (۴) : چگونگی تغییر تابع پایداری S_3 با تغییر نیروی محوری



شکل (۲) : چگونگی تغییر تابعهای پایداری S_1 و S_2 با تغییر نیروی محوری



شکل (۵) : چگونگی تغییر تابعهای انحنای R_3 , R_7 , R_8 و R_{10} با تغییر نیروی محوری



شکل (۳) : چگونگی تغییر تابع پایداری S_4 با تغییر نیروی محوری

$$[K_t]_{EB} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{1}{B_3 L^2} & \frac{B_1}{B_3 L} & \frac{B_2}{B_3 L} \\ \frac{B_1}{B_3 L} & \left(S_1 + \frac{B_1^2}{B_3} \right) & \left(S_2 + \frac{B_1 B_2}{B_3} \right) \\ \frac{B_2}{B_3 L} & \left(S_2 + \frac{B_1 B_2}{B_3} \right) & \left(S_1 + \frac{B_2^2}{B_3} \right) \end{bmatrix} \quad (49)$$

در رابطه‌های کنونی، L طول جزء است. عامل‌های B_1 ، B_2 و B_3 به صورت زیر می‌باشند:

$$B_1 = 2R_1(\theta_i) T\Phi_j / \Phi_2 \lambda_2 \quad (50)$$

$$B_2 = T\Phi_i / \Phi_1 \lambda_1 \quad (50)$$

$$B_3 = T\Phi_i / \Phi_1 \lambda_1 \quad (50)$$

$$= R_4 \left(\frac{v_{imp,0}}{L} \right) + \sum_{m=1}^n [(R_5 - R_6)(F_m L)]$$

۳-۲- ماتریس سختی مماسی

در ادامه، ماتریس سختی مماسی جزء پیشنهادی برپا می‌شود. درایه‌های این ماتریس با مشتق‌گیری از رابطه‌های سختی و تری (۳۵) تا (۳۷) به دست می‌آیند و شکل کلی زیر را دارند:

$$k_{pq} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \delta_p \partial \delta_q} = \frac{\partial F_p}{\partial \delta_q} + \frac{\partial F_p}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial \delta_q} \quad (47)$$

$$p, q = 1, 2, 3$$

$$\frac{F}{\delta_q} = \begin{cases} P & M_i \\ e & \theta_i \end{cases} \quad \begin{cases} M_i \\ \theta_j \end{cases}^T \quad (48)$$

به این ترتیب، ماتریس سختی مماسی جزء پیشنهادی در محورهای عضوی پایه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$B_2 = 2R_1(\theta_i)T\Phi_j/\Phi_1k_2(0)T\Phi_1\beta\Phi_1k_1\left(\frac{qL^3}{EI}\right)^{1/2} \sum_{m=1}^{12} \left(\frac{1}{L} \left(\frac{1}{L} \right)^{m-1} \left(\frac{1}{L} \right)^{12-m} \right) 15958 (480765192978T165) 3297 T\mu \quad (51)$$

$$B_3 = \frac{I}{AL^2} - \left\{ RR_1(\theta_i)T\Phi_j/\Phi_1k_2(0)T\Phi_1\beta\Phi_1k_1\left(\frac{qL^3}{EI}\right)^{1/2} \sum_{m=1}^{12} \left(\frac{1}{L} \left(\frac{1}{L} \right)^{m-1} \left(\frac{1}{L} \right)^{12-m} \right) 15958 (480765192978T165) 3297 T\mu \right. \\ \left. + RR_7\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)\left(\frac{qL^3}{EI}\right) + \sum_{m=1}^n \left[RR_8\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)\left(\frac{F_m L^2}{EI}\right) \right] + \sum_{m=1}^n \left[\frac{F_m L^2}{EI} [RR_5(\theta_i)T\Phi_j/\Phi_1k_2(0)T\Phi_1\beta\Phi_1k_1\left(\frac{qL^3}{EI}\right)^{1/2} \sum_{m=1}^{12} \left(\frac{1}{L} \left(\frac{1}{L} \right)^{m-1} \left(\frac{1}{L} \right)^{12-m} \right) 15958 (480765192978T165) 3297 T\mu] \right. \right. \\ \left. \left. + RR_{11}\left(\frac{qL^3}{EI}\right)^2 + \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^n \left[RR_{12}\left(\frac{F_m L^2}{EI}\right)\left(\frac{F_k L^2}{EI}\right) \right] \right] + \sum_{m=1}^n \left[RR_9\left(\frac{qL^3}{EI}\right)\left(\frac{F_m L^2}{EI}\right) \right] + RR_{10}\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)^2 \right\}$$

همچنین در رابطه (۵۶)، θ زاویه وتر گذرنده از دو سر جزء باجهت مثبت محور افقی است و L طول تغییر یافته جزء در پایان گام پیشین بارگذاری می‌باشد.

۳- روش عددی تحلیل غیرخطی

از روش نموی- تکراری طول قوس استوانه‌ای، برای حل معادله‌های غیرخطی حاکم بر رفتار سازه بهره‌گیری می‌شود. به طور معمول، پژوهشگران طول قوس یا ضریب بار را در تکرارهای درون یک گام بارگذاری، ثابت انتخاب می‌کنند. در این صورت، برای گذر از نقطه‌های حدی نیاز به گام‌های بارگذاری زیادی می‌باشد. اگر این دو کمیت در هر تکرار درون یک گام تحلیل بهنگام شوند، سرعت همگرایی بیشتر می‌گردد. از این رو در این مقاله روش طول قوس استوانه‌ای با شعاع قوس متغیر به کار می‌رود. در برنامه رایانه‌ای نویسنده‌گان اندازه شعاع قوس در هر تکرار درون یک گام بارگذاری بهنگام می‌گردد. با این کار شمار تکرارها در هر گام کاهش می‌یابد. باید آگاه بود رابطه نزدیکی میان شمار تحلیل‌های تکراری در یک گام و اندازه نمودار در گام بعدی وجود دارد. این شیوه افزون بر دارا بودن همه خوبی‌های راهکار طول قوس استوانه‌ای، سرعت بیشتری در گذر از نقطه‌های حدی به ویژه نقطه‌های حدی تغییر مکان دارد.

۴- نمونه‌های عددی

برای نشان دادن توانایی‌های روش پیشنهادی، چند نمونه عددی در این بخش حل می‌شود.

ضریب‌های RR_{12} تا RR_1 در رابطه (۵۲)، مشتق ضریب‌های R_1 تا R_{12} نسبت به ρ می‌باشند. اینک ماتریس سختی مماسی جزء در دستگاه محورهای کلی سازه به صورت زیر قابل دست‌یابی است:

$$[K_t]_{EG} = [R]^T [K_t]_{EL} [R] = [R]^T \left(\frac{1}{L} T \Phi_1 k_1 \Phi_1 T \right) [R] = 0.5110001460.08 \quad (53)$$

در این رابطه، $[K_t]_{EG}$ و $[K_t]_{EL}$ ، به ترتیب ماتریس سختی مماسی در دستگاه محورهای محلی و کلی سازه می‌باشند. $[T]$ و $[M]$ ماتریس‌های مبدل از محورهای عضوی پایه به محورهای محلی و $[R]$ ماتریس انتقال از محورهای محلی به محورهای کلی سازه هستند. این ماتریس‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۰، ۴]:

$$[T] = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} -L & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & L & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & L \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$[M] = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} M_1 & -M_1 \\ -M_1 & M_1 \end{bmatrix}, \quad [M_1] = \begin{bmatrix} 0 & Q & 0 \\ Q & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_1 \end{bmatrix}, \quad [R_1] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (56)$$

در رابطه (۵۵)، P نیروی محوری جزء است و در حالت کششی مثبت فرض می‌شود. مقدار Q به قرار زیر می‌باشد:

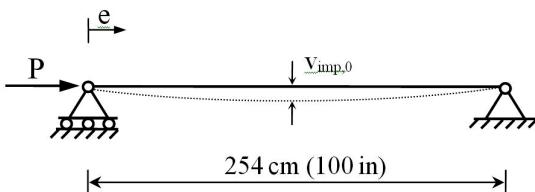
$$Q = \frac{M_i + M_j}{L} \quad (57)$$



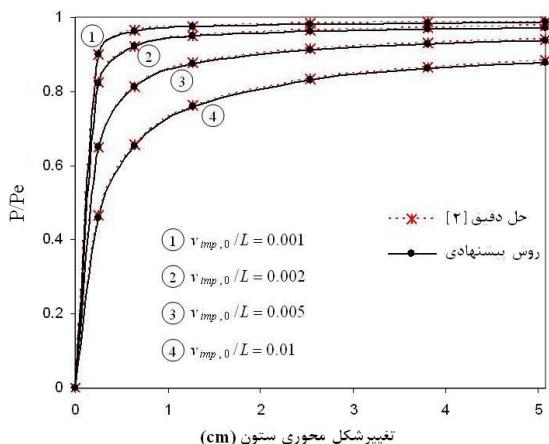
۴-۱-ستون لاغر دو سر مفصل

ضریب کشسانی، 69 GPa (10000 ksi) می باشد. پاسخ تحلیلی تغییر مکان محوری، بر پایه رابطه های پیوست ۱ به صورت زیر است:

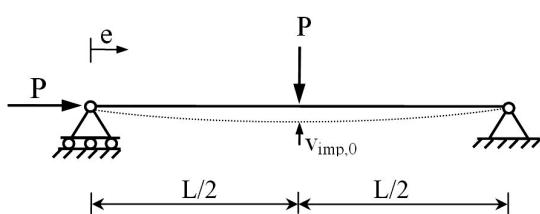
$$e = \frac{PL}{AE} + \frac{v_{imp,0}^2}{L} \left\{ \frac{3}{4\rho^4 \cos^2(\sqrt{\rho}\frac{L}{2})} \left[\Phi_3(2)T_0 254 + \Phi_3(1)T_0 182457 T_0 05333 070 36192 682 7697 T_\mu (1) \right. \right. \\ \left. \left. + 32\rho \cos \sqrt{\rho} (4\beta T_0 \rho \Phi_3 \sqrt{3} \sin(\sqrt{\rho}(1)T_0 0072298 0457) T_0 46.533340.04973 T_\mu 28 649.0497 \right] \right\}$$



شکل (۶) : ستون لاغر دو سر مفصل با نقص انحنای نخستین



شکل (۷) : نمودار بار- تغییر شکل محوری ستون لاغر دو سر مفصل



شکل (۸) : ستون لاغر دو سر مفصل با نقص انحنای نخستین و بار متتمرکز جانبی در وسط دهانه

ستون دو سر مفصل شکل (۶) که نقص انحنای نخستین دارد، تحلیل می گردد. سطح مقطع ستون، 64516 cm^2 ($3/4672 \text{ in}^4$) (0.0833 in^4) و

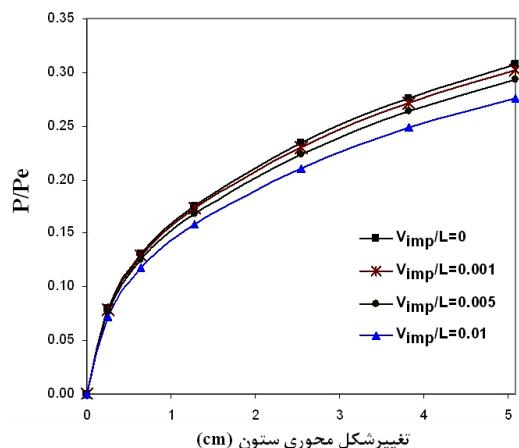
$$\text{در رابطه کوئنی، } e = \frac{PL}{EI} = ? \text{ و } \text{کوتاه شدگی محوری می باشد. جمله دوم طرف راست این تساوی، ناشی از نقص انحنای نخستین است. در اینجا، سازه با یک جزء پیشنهادی و به ازای مقدارهای مختلف این نقص، تحلیل می گردد. مقدار } \frac{v_{imp,0}}{L} \text{ برابر با } 0.001, 0.002, 0.005 \text{ و } 0.01 \text{ انتخاب می شود. پیش از این، چن و ژو در سال ۱۹۹۵، تابع نقص هندسی پیشنهادی خود را در تحلیل این ستون به کار برداشتند}[۲].$$

نمودار بار- تغییر شکل محوری ستون در شکل (۷) آمده است. پاسخ های روش پیشنهادی، در مقایسه با رابطه دقیق (۵۸)، دقیقی عالی دارند. باید آگاه بود این پاسخ ها تنها با به کار بردن یک جزء در عضو به دست آمده اند و روش پیشنهادی از این دیدگاه، کارآمد به شمار می آید.

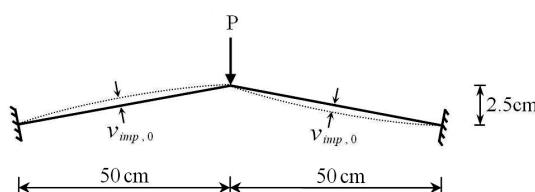
اینک همانند شکل (۸)، یک بار متتمرکز جانبی نیز به وسط دهانه ستون وارد می شود. پاسخ تحلیلی تغییر مکان محوری سازه در نبود نقص انحنای نخستین به صورت زیر است:[۳]

$$e = \frac{PL}{AE} + \frac{L}{16} \left[3 \tan\left(\sqrt{\rho} \frac{L}{2}\right) + \tan^2\left(\sqrt{\rho} \frac{L}{2}\right) \right] \quad (۵۹)$$

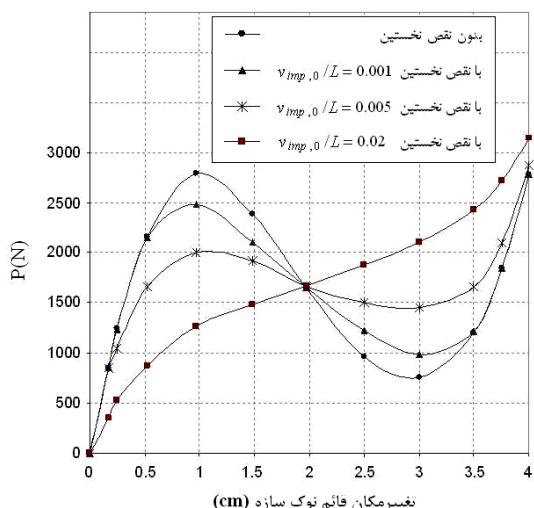
میان رفته‌اند و سازه بدون رویارویی با پدیده برگشت بار، در مسیر ایستایی پیش می‌رود.



شکل (۹) : نمودار بار - تغییر مکان تیر - ستون لاغر دو سر
مفصل با بار متوجه کز جانبی در وسط دهانه



شکل (۱۰) : قاب دو عضوی با ارتفاع کم
شکمدادگی آن



شکل (۱۱) : نمودار بار - تغییر مکان
قاب دو عضوی با ارتفاع کم

در رابطه کنونی، $\frac{PL^2}{EI} = \epsilon$ کوتاه شدن محوری می‌باشد. جمله دوم طرف راست این تساوی، ناشی از نقص انحنای نخستین است. در اینجا سازه با یک جزء پیشنهادی و به ازای مقدارهای مختلف این نقص تحلیل می‌گردد. مقدار $V_{imp,0}/L$ برابر با 0.001 و 0.005 و در راستای نشان داده شده انتخاب می‌گردد. شکل (۹)، نمودار بار - تغییر مکان روشن پیشنهادی را نشان می‌دهد. آشکار است، اثر نقص انحنای نخستین بر تغییر شکل محوری سازه قابل چشم‌پوشی نیست. همچنین با افزایش مقدار نقص، آهنگ کاهش سختی افزایش می‌یابد. باید آگاه بود پاسخ شیوه پیشنهادی در نبود نقص شکم دادگی، به مقدار دقیق رابطه (۵۹) بسیار نزدیک است و خطایی در حدود 0.1% دارد که دقیق بسیار خوب به شمار می‌آید.

۴-۲- قاب دو عضوی با ارتفاع کم

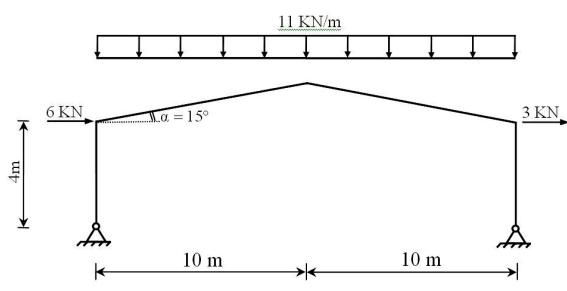
نخستین بار، ویلیام در سال ۱۹۶۴ قاب دو عضوی با ارتفاع کم را آزمایش کرد و آن را به عنوان معیاری برای وارسی دقت تحلیل‌های کشسان مرتبه دوم قاب‌های دو بعدی به کار برد. پس از آن چن و ژو در سال ۱۹۹۵ ابعاد این قاب را به گونه‌ای تغییر دادند که نیروی محوری در عضوها را بیشتر گردد. سپس شکل نقص شکم دادگی عضوها را به سهمی درجه دو پنداشتند و از آن در تحلیل کشسان مرتبه دوم بهره گرفتند.

هندسه و بارگذاری قاب دو عضوی در شکل (۱۰) می‌آید. مقطع‌های سازه، $1 \times 1 \text{ cm}$ می‌باشند و ضریب کشسانی 210 GPa است [۱۱، ۲]. روش پیشنهادی، به ازای مقدارهای مختلف نقص انحنای نخستین، در تحلیل کشسان این سازه به کار می‌رود. نمودار بار - تغییر شکل محوری ستون در شکل (۱۱) آمده است. دیده می‌شود کاهش سختی سازه با افزایش مقدار نقص روندی سریع دارد. همچنین با تغییر مقدار نقص شکم دادگی نقطه‌های حدی به طور چشم‌گیری جایه‌جا می‌شوند؛ به گونه‌ای که در بیشینه نقص 20% طول عضو، نقطه‌های حدی بار از

تحلیل‌های ژو و چن در شکل (۱۳) آمده است. چون جزء پیشنهادی ژو و چن بارهای گستردۀ طولی را نیز الگوسازی می‌کند، نسبت به جزء پیشنهادی هم خوانی بهتری با الگوی هشت جزء در هر عضو دارد. با وجود این، پاسخ روش پیشنهادی به تدریج به دو تحلیل دیگر نزدیک می‌شود. بیشینه خطای شیوه پیشنهادی، $3/5$ درصد می‌باشد.

۴-۴- قاب شبیدار

هندرسه سازه و بارهای وارد بر آن در شکل (۱۴) آمده است. در سال ۱۹۹۷، ژو و چن این قاب را تحلیل کشسان مرتبه دوم نمودند. ویژگی روش پیشنهادی آنها به کار بردن بارهای گستردۀ میانی بدون نیاز به مرکز کردن در گره‌ها بود. با وجود این از نقص هندسی عضوها چشم پوشی کردند. همه مقطع‌های سازه از نیمرخ IPE360 هستند و ضریب کشسانی 205 GPa می‌باشد [۴].

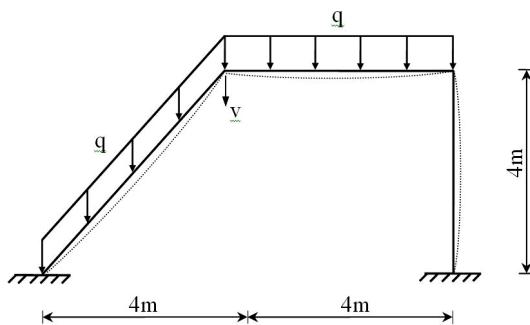


شکل (۱۴) : قاب شبیدار

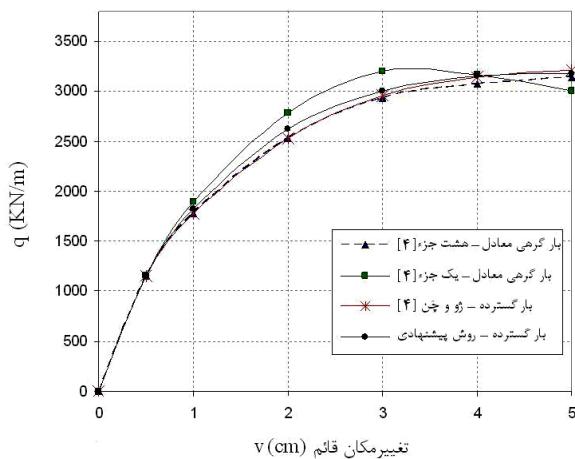
در روش پیشنهادی هر عضو فقط با یک جزء الگوسازی می‌شود. این کار حجم داده دهی به رایانه و زمان تحلیل را کاهش می‌دهد. شکل (۱۵) الگوی نقص هندسی شکمدادگی به کار رفته را نشان می‌دهد. نمودار بار-تغییرمکان روش پیشنهادی به همراه راهکار ژو و چن در شکل (۱۶) آمده است. می‌توان دید اثر نقص یک هزارم طول عضو در کاهش باربری سازه ناچیز می‌باشد. با وجود این بیشینه خطای مرکز کردن بارهای گستردۀ در گره‌ها، حدود ۷ درصد است. بنابراین الگوسازی صریح بارهای گستردۀ افزون بر کاهش شمار جزء‌ها دقت پیمایش مسیر ایستایی این سازه را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

۴-۳- قاب یک طبقه با عضو مایل

شکل (۱۲)، قاب یک طبقه با عضو مایل و بارگذاری آن را نشان می‌دهد. ژو و چن در سال ۱۹۹۷ این قاب را در دو حالت تحلیل کردند. نخست بارهای گستردۀ میانی را به کار بردن و هر عضو را با یک جزء الگوسازی کردند. سپس بارهای گستردۀ میانی را با بارهای معادل گرهی جایگزین کردند و در هر عضو یک بار هشت جزء و بار دیگر یک جزء به کار برند. مقطع‌های سازه از نیمرخ IPE360 هستند و ضریب کشسانی 205 GPa می‌باشد [۴].



شکل (۱۲) : قاب یک طبقه با عضو مایل و الگوی نقص انحنای نخستین آن

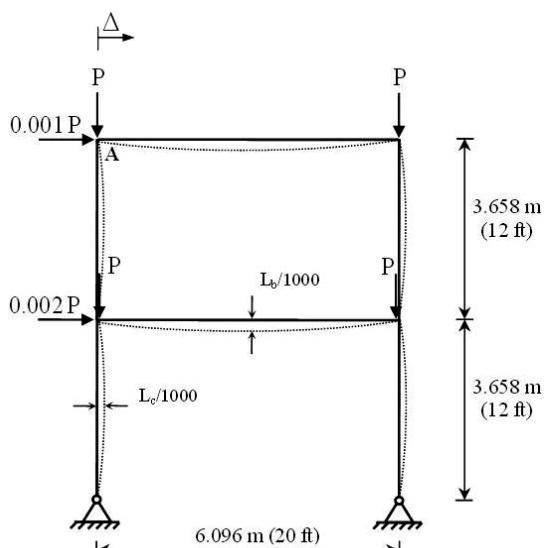


شکل (۱۳) : نمودار بار- تغییرمکان قاب یک طبقه با عضو مایل

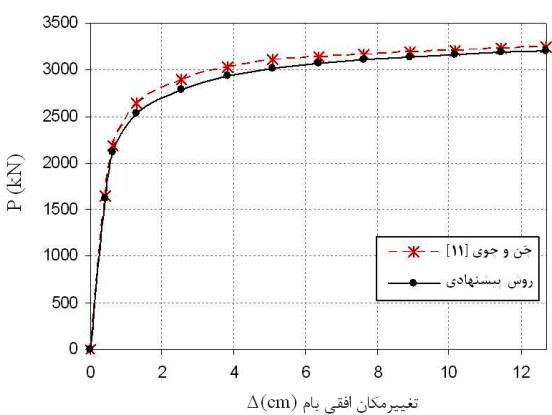
در اینجا، نقص شکمدادگی $L/1000$ همانند شکل (۱۲) به قاب افروده می‌شود و تحلیل کشسان مرتبه دوم به انجام می‌رسد. نمودار بار- تغییرمکان روش پیشنهادی به همراه

بررسی مقدار خطای این جایگزینی بارهای متمرکز وارد بر قاب شکل (۱۷) همانند شکل (۱۹)، با بارهای گستردۀ یکنواخت جایگزین کردند [۳].

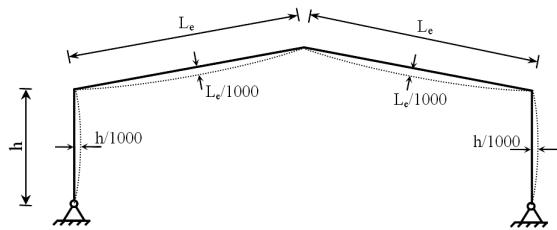
شدت بارهای گستردۀ یکنواخت به گونه‌ای انتخاب شده است که مقدار نیروهای وارد به قاب تغییر نکند. بنابراین اگر طول تیرها L_b باشد، رابطه $w = 2P/L_b$ برقرار است. در اینجا نمودار بار- تغییرمکان جانبی قاب در روش پیشنهادی زیر اثر بارهای گستردۀ یکنواخت و بارهای گرّهی معادل در شکل (۲۰) مقایسه شده است. دیده می‌شود، کاهش سختی زیر اثر بارهای گستردۀ شیب ملایم‌تری دارد. همچنین بیشینه خطای متمرکز کردن بارهای گستردۀ میانی در گره‌ها ۴ درصد می‌باشد.



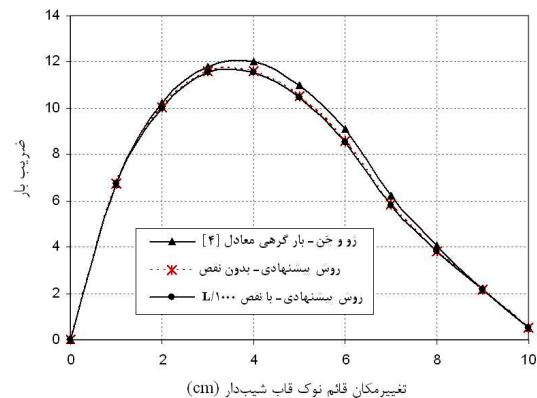
شکل (۱۷) : قاب دو طبقه یک دهانه



شکل (۱۸) : نمودار بار- تغییرمکان قاب دو طبقه یک دهانه



شکل (۱۵) : الگوی نقش شکمدادگی در قاب شیب‌دار

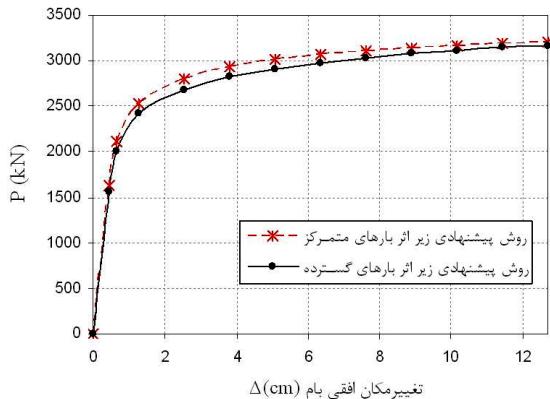


شکل (۱۶) : نمودار بار- تغییرمکان قائم نوک قاب شیب‌دار

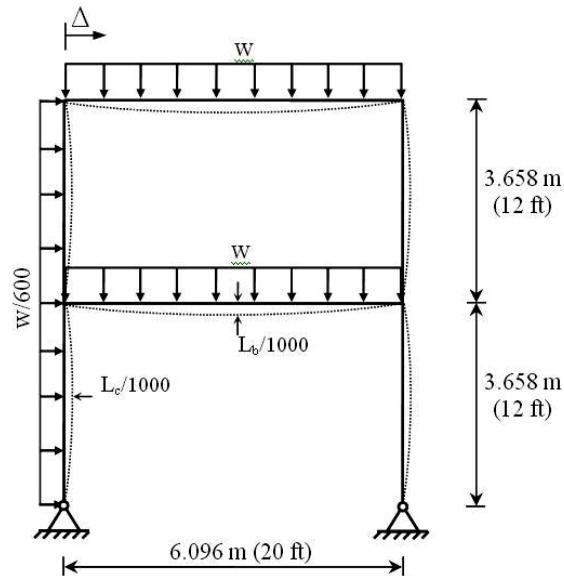
۴-۵- قاب دو طبقه یک دهانه

نخستین بار لوی و چن در سال ۱۹۸۸، این سازه را تحلیل کشسان مرتبه دوم کردند. آنها در الگوسازی ستون‌ها یک جزء و در الگوسازی تیرها دو جزء به کار بردند. در تحلیل آنها نقش انحنای نخستین وجود نداشت. پس از آن، چن و چوی این قاب را در سال ۲۰۰۰ تحلیل نمودند. شکل (۱۷)، قاب دو طبقه یک دهانه و بارگذاری آن را نشان می‌دهد. مقطع ستون‌ها نیمرخ W12×96 و مقطع تیرها نیمرخ W14×48 می‌باشد. ضریب کشسانی ۲۰۷ GPa است [۱۱].

در روش پیشنهادی نقش انحنای نخستین همانند شکل (۱۷) به قاب افزوده می‌شود. نمودار بار- تغییرمکان شیوه پیشنهادی و راهکار چن و چوی در شکل (۱۸) آمده است. پاسخ‌ها نشان می‌دهند، نقش انحنای نخستین با وجود کوچکی مقدار آن باربری قاب را تا ۳ درصد کاهش می‌دهد. دلیل اصلی آن پر اهمیت بودن اثر $P-\Delta$ در رفتار سازه است. در حقیقت سازه‌ها زیر اثر بارهای گستردۀ قرار دارند. ولی در بسیاری از تحلیل‌ها آنها را با بارهای گرّهی جایگزین می‌کنند. در سال ۱۹۹۶، ژو و چن برای



شکل (۲۰) : نمودار بار- تغییر مکان قاب دو طبقه یک دهانه زیر اثر بارهای گستردۀ



شکل (۱۹) : قاب دو طبقه یک دهانه زیر اثر بارهای گستردۀ

اثر مرتبه دوم $P-\Delta$ بر رفتار سازه حاکم است، نقشی تاثیرگذار پیدا می‌کند. بنابراین پیشنهاد می‌شود اثر این نقص همواره در تحلیل‌های مرتبه دوم وارد گردد، زیرا قضاوت درباره میزان اهمیت اثرهای $P-\Delta$ و $P-\delta$ در بسیاری از سازه‌ها دشوار است. نقص انحنای نخستین عضوها در بیشتر سازه‌های تحلیل شده در این مقاله $0.001 \times$ طول آنها انتخاب شد. این مقدار حدّ مجاز توصیه شده بسیاری از آیین‌نامه‌های معتبر طراحی (برای نمونه آیین نامه AISC- LRFD آمریکا و آیین نامه AS4100 استرالیا) می‌باشد. با وجود این خطای پیمایش مسیر ایستایی در برخی از نمونه‌های حل شده قابل توجه بود. از این رو برای وارد کردن اثرهای غیرخطی در تحلیل گاه نمی‌توان به رابطه‌های پیشنهادی آیین‌نامه‌های طراحی بسته کرد و باید الگوهای دقیق‌تر را به کار گرفت.

۵- نتیجه‌گیری

رابطه‌سازی جدیدی برای تحلیل کشسان مرتبه دوم قاب‌های دو بعدی در این مقاله ارائه شد. جزء پیشنهادی دارای نقص انحنای نخستین است و زیر اثر بارهای گرهی و نیز بارهای گستردۀ متمرکز میانی قرار دارد. ماتریس سختی مماسی نویسنده‌گان دقت خوبی دارد و می‌تواند هر عضو را فقط با یک جزء الگوسازی کند. همچنین برای عضوهای فشاری و کششی رابطه‌ای یکسان را به کار می‌برد. بنابراین راهکار پیشنهادی توانمند و کاربردی به شمار می‌آید.

بدون شک نقص انحنای نخستین اثری منفی بر ظرفیت باربری یک سازه می‌گذارد. از پاسخ‌های به دست آمده در نمونه‌های عددی می‌توان نتیجه گرفت اگر در پایداری سازه اثر مرتبه دوم $P-\Delta$ تعیین کننده باشد اهمیت نقص شکم‌دادگی عضوها کمتر می‌شود. از سوی دیگر هنگامی که

۶- پیوست ۱

تغییر مکان محوری یک ستون که نقص انحنای نخستین با تابع پیشنهادی رابطه (۲) دارد در زیر حساب می شود.
رابطه (۲) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$v_{imp}(\xi) = \frac{v_{imp,0}}{2} (\xi) \left(\frac{\Phi^3}{\Phi^2 - 13\zeta_5 5508 T\phi} \right)^{0.7262} \quad (60)$$

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad 0 \leq x \leq L$$

در این رابطه، v_{imp} تابع نقص انحنای نخستین است و $v_{imp,0}$ مقدار آن در وسط دهانه می باشد. ζ_5 فاصله بی بعد و طول جزء است. معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار این سازه به صورت زیر می باشد:

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} + P(v) T\phi / \Phi^2 = 16.5977 T\phi 0.5934 \quad (61)$$

در رابطه کنونی، v تابع تغییر مکان جانبی ناشی از نیروی محوری است. با وارد کردن شرط های مرزی $v=0$ در $x=0$ و $x=L$ ، تابع تغییر مکان جانبی ستون به قرار زیر به دست می آید:

$$v_{tot} = v + v_{imp} = \frac{v_{imp,0}}{\rho} \left[\left(\frac{48T\phi^3}{\Phi^2} \left(\frac{L}{2} \right)^2 \sqrt{\frac{1}{L^2} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right)} \right) \right]^{0.5934} \quad (62)$$

در این رابطه ρ همانند رابطه (۱۹) تعریف می شود و تابع تغییر مکان کل ستون با در نظر گرفتن تغییر مکان ناشی از نقص انحنای نخستین می باشد. تغییر مکان محوری جزء را می توان به صورت جمع جبری تغییر طول در اثر نیروی محوری و نیز کوتاه شدگی ناشی از خمش و نقص انحنای نخستین، همانند زیر نوشت:

$$e = \delta_L + \delta_{b,b} - \delta_{b,imp} \quad (63)$$

در این رابطه L ? تغییر مکان کشسان خطی است و برابر با PL/AE می باشد. $\delta_{b,imp}$? به ترتیب کوتاه شدگی ناشی از خمش و نقص انحنای نخستین هستند و به صورت زیر حساب می شوند:

$$\delta_{b,b} = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dv_{tot}}{dx} \right)^2 dx \quad (64)$$

$$\delta_{b,imp} = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dv_{imp}}{dx} \right)^2 dx \quad (65)$$

با جایگذاری رابطه های (۶۰) و (۶۲) در رابطه های کنونی و بهره گیری از رابطه (۶۳)، تغییر مکان محوری ستون همانند رابطه (۵۸) قابل دست یابی است.

مراجع

- 1- Chan, S.L. and Zhou, Z.H. (1994), "Pointwise equilibrating polynomial element for nonlinear analysis of frames", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 120, No. 6, PP. 1703-1717.
- 2- Chan, S.L. and Zhou, Z.H. (1995), "Second-order elastic analysis of frames using single imperfect element per member", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 6, PP. 939-945.
- 3- Zhou, Z.H. and Chan, S.L. (1996), "Refined second-order analysis of frames under lateral and axial loads", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 122, No. 5, PP. 548-554.
- 4- Zhou, Z.H. and Chan, S.L. (1997), "Second-order analysis of slender steel frames under distributed axial and member loads", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 123, No. 9, PP. 1187-1193.
- 5- Chan, S.L. and Zhou, Z.H. (2000), "Nonlinear integrated design and analysis of skeletal structures by 1 element per member", Engineering Structures, Vol. 22, PP. 246-257.
- 6- Chan, S.L. and Gu, J.X. (2000), "Exact tangent stiffness for imperfect beam-column members", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 9, PP. 1094-1102.
- 7- Chan, S.L. (2001), "Review: nonlinear behaviour and design of steel structures", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 57, PP. 1217-1231.
- 8- Kim, S.E. and Chen, W.F. (1996), "Practical advanced analysis for unbraced steel frame design", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 122, No. 11, PP. 1259-1265.
- 9- Kim, S.E., Lee, J.S., Choi, S.H. and Kim, C.S. (2004), "Practical second-order inelastic analysis for steel frames subjected to distributed load", Engineering Structures, Vol. 26, PP. 51-61.
- 10- Chen, W.F. and Kim, S.E. (1997), LRFD design using advanced analysis, CRC Press, Boca Raton, New York.
- 11- Chan, S.L. and Chui, P.P.T. (2000), Nonlinear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections, Elsevier Science, Amsterdam.

